

Esercizio 1

Si desidera salvare su file in formato ASCII (ISO-8859-1) un testo di 100 pagine, ognuna composta da 50 righe di 69 caratteri. Ogni riga è terminata dal carattere LF ed ogni pagina è terminata dal carattere FF. Calcolare la dimensione del file espressa in kB.

[341.9 kB]

Un carattere ASCII è codificato su 8 bit, ovvero un byte, sia esso un carattere di testo o uno di controllo (es. i caratteri LF e FF citati nel problema). Una pagina occupa quindi:

$$[50 \cdot (69 + 1)] + 1 = 3,501 \text{ B}$$

Moltiplicando per il numero di pagine ed applicando il fattore di scala per i kB, si ottiene la dimensione del file:

$$M = \frac{3,501 \cdot 100}{2^{10}} \text{ kB} = 341.9 \text{ kB}$$

Esercizio 2

Su un floppy-disk da 1.44 MB si devono scrivere i dati relativi agli studenti di una scuola. Ad ogni studente corrisponde un file che contiene i seguenti dati:

- cognome (32 caratteri ASCII)
- nome (32 caratteri ASCII)
- data di nascita (GGMMAAAA codificata in BCD)
- matricola (numero intero di 6 cifre codificato in ASCII)

Calcolare il numero massimo di studenti i cui dati possono essere scritti sul floppy-disk.

[20,404 studenti]

Un carattere ASCII è codificato su 8 bit, ovvero un byte. Una cifra decimale in codifica BCD occupa 4 bit. Una cifra decimale rappresentata in ASCII necessita di un carattere. Ne consegue:

$$32 \cdot 1 \text{ B} + 32 \cdot 1 \text{ B} + 8 \cdot 0.5 \text{ B} + 6 \cdot 1 \text{ B} = 74 \text{ B/studente}$$

$$\lfloor \frac{1.44 \cdot 2^{20} \text{ B}}{74 \text{ B/studente}} \rfloor = \lfloor 20,404.7 \rfloor \text{ studenti} = 20,404 \text{ studenti}$$

Si noti l'uso dell'operatore "floor" ovvero il troncamento del risultato perché occorre avere spazio per una quantità intera di studenti.

Esercizio 3

Si desidera salvare su file in formato Unicode con codifica UTF-8 un testo in lingua Italiana composto da 20,000 caratteri. Sapendo che in Italiano la frequenza media delle lettere accentate è il 5%, stimare la dimensione del file espressa in kB.

[20.5 kB]

La codifica UTF-8 richiede da 1 a 4 byte per carattere, a seconda del tipo. I caratteri presenti nell'alfabeto ASCII a 7 bit (tra cui ricadono i normali caratteri Italiani) richiedono un byte, mentre i caratteri con simboli diacritici (tra cui ricadono i caratteri accentati Italiani) richiedono due byte.

Occorre quindi determinare il numero di caratteri dei due tipi e quindi moltiplicare per il rispettivo numero di byte:

$$20,000 \times 0.5 = 10,000 \text{ caratteri (da 2 B)}$$

$$20,000 \times 0.95 = 19,000 \text{ caratteri (da 1 B)}$$

$$1000 \text{ car} \times 2 \text{ B/car} + 19,000 \text{ car} \cdot 1 \text{ B/car} = 21,000 \text{ B} = 20.5 \text{ kB}$$

Esercizio 4

Se un file da 100 MB viene compresso con un algoritmo avente fattore di compressione $4\times$, quale sarà la dimensione del file compresso?

[25 MB]

Un fattore di compressione $4\times$ indica che 4 byte di dati originali corrispondono ad un byte nel formato compresso. Detta x la dimensione del file compresso, il problema si risolve con una proporzione:

$$100 \text{ MB} : x \text{ MB} = 4 : 1 ; \quad x = 25 \text{ MB}$$

Esercizio 5

Un archivio in formato compresso ZIP contiene 10 file per un totale di 4 MB. Sapendo che questo archivio ha un fattore di compressione del 73 %, determinare lo spazio in MB occupato dai file una volta estratti dall'archivio.

[14.8 MB]

Si noti che il fattore di compressione è espresso in percentuale. Si tratta quindi di un uso improprio del termine ed il valore indicato esprime invece il cosiddetto "risparmio di spazio" dovuto alla compressione. Applicando la corrispondente formula ed indicando con x lo spazio occupato dai dati non compressi, si ottiene:

$$0.73 = 1 - \frac{4 \text{ MB}}{x \text{ MB}} ; \quad x = \frac{4}{0.27} \text{ MB} ; \quad x = 14.8 \text{ MB}$$

Esercizio 6

Una macchina fotografica digitale fornisce foto in formato grafico raster con risoluzione 2048×1152 e 16 milioni di colori. Calcolare la quantità di memoria (in GB) di cui la macchina deve essere dotata per permettere di memorizzare su di essa almeno 200 foto.

[1.318 GB]

Ciascuna foto richiede $2048 \cdot 1152 = 2,359,296$ px.

Per codificare 16 milioni di colori occorrono 24 bit per pixel giacché:

$$\lceil \log_2 16 \cdot 10^6 \rceil = 24 \text{ bit/px} = 3 \text{ B/px}$$

La quantità di memoria necessaria per 200 foto è quindi:

$$M = \frac{(2,359,296 \text{ px} \cdot 3 \text{ B/px}) \cdot 200}{2^{30}} = 1.318 \text{ GB}$$

Esercizio 7

Un utente registra un brano musicale in formato MP3 stereo, con un campionamento a 48 kHz e 16 bit per campione. Sapendo che la durata del brano è di 74' ed ipotizzando un fattore di compressione $10\times$, si calcoli la dimensione del file in MB.

[81.3 MB]

Essendo il brano in formato stereo sono presenti 2 canali, ciascuno codificato con 48,000 campioni/s e 2 B/campione. Ne consegue che il bitrate del brano è:

$$48,000 \text{ camp/s} \times 2 \text{ B/camp} \times 2 \text{ canali} = 192,000 \text{ B/s}$$

Moltiplicando per la durata del brano si ottiene la dimensione senza compressione:

$$74 \text{ min} \times 60 \text{ s/min} \times 192,000 \text{ B/s} = 852,480,000 \text{ B}$$

Applicando il fattore di compressione $10\times$ ed il fattore di scala per i MB, si ottiene la dimensione del file compresso:

$$M = \frac{852,480,000}{10 \cdot 2^{20}} \text{ MB} = 81.3 \text{ MB}$$

Esercizio 8

Semplificare la seguente espressione Booleana:

$$a \cdot (b + c) + \bar{b} \cdot (a + c)$$

[$a + \bar{b} \cdot c$]

Applicando le proprietà dell'algebra Booleana:

$$\begin{aligned} & a \cdot b + a \cdot c + a \cdot \bar{b} + \bar{b} \cdot c \\ = & a \cdot (b + \bar{b}) + a \cdot c + \bar{b} \cdot c \\ = & a \cdot 1 + a \cdot c + \bar{b} \cdot c \\ = & a \cdot (1 + c) + \bar{b} \cdot c \\ = & a \cdot 1 + \bar{b} \cdot c \\ = & a + \bar{b} \cdot c \end{aligned}$$

Esercizio 9

Dimostrare col metodo esaustivo la seguente uguaglianza Booleana:

$$\overline{a \oplus b} = a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b}$$

Occorre effettuare separatamente il calcolo del valore Booleano della parte sinistra e destra dell'uguaglianza, per tutti i possibili valori delle variabili:

| a | b | $\overline{a \oplus b}$ | $a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b}$ |
|-----|-----|-------------------------|-------------------------------------|
| 0 | 0 | $0' = 1$ | $0 + 1 = 1$ |
| 0 | 1 | $1' = 0$ | $0 + 0 = 0$ |
| 1 | 0 | $1' = 0$ | $0 + 0 = 0$ |
| 1 | 1 | $0' = 1$ | $1 + 0 = 1$ |

Essendo i valori (in grassetto) dei due termini uguali in tutti i casi, l'uguaglianza è dimostrata.

Esercizio 10

Semplificare la seguente espressione Booleana:

$$a \cdot (b + c) + \overline{a + \bar{c}}$$

$$[a \cdot b + c]$$

Applicando le proprietà dell'algebra Booleana e ricorrendo al teorema di De Morgan:

$$\begin{aligned} & a \cdot (b + c) + \overline{a + \bar{c}} \\ = & a \cdot b + a \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{\bar{c}} \\ = & a \cdot b + a \cdot c + \bar{a} \cdot c \\ = & a \cdot b + c \cdot (a + \bar{a}) \\ = & a \cdot b + c \cdot 1 \\ = & a \cdot b + c \end{aligned}$$